

Testiranje hipotez

A. Blejec

16. januar 2020

Kazalo

1	Test hipotez z uporabo normalne porazdelitve	2
1.1	Test hipotez o povprečni vrednosti	3
1.2	Test hipotez o strukturnem deležu	4
1.3	Test hipotez o razliki povprečij	5
1.4	Test hipotez o razliki dveh strukturnih deležev	6
2	Test hipotez z uporabo drugih porazdelitev	7
2.1	Studentov test hipotez o povprečni vrednosti	8
2.2	Studentov test hipotez o razliki povprečij (Studentov t-test)	9
2.3	Test hipotez o vrednosti variance	10
2.4	Test hipotez o enakosti varianc	11
2.5	Test hipotez o povprečni razliki	12

1 Test hipotez z uporabo normalne porazdelitve

Ohlapno rečeno so vzorčne porazdelitve ocen in testnih izrazov normalne, če so vzorci dovolj veliki.

1.1 Test hipotez o povprečni vrednosti

Če poznamo σ ali pa je vzorec dovolj velik.

1. Hipoteze

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

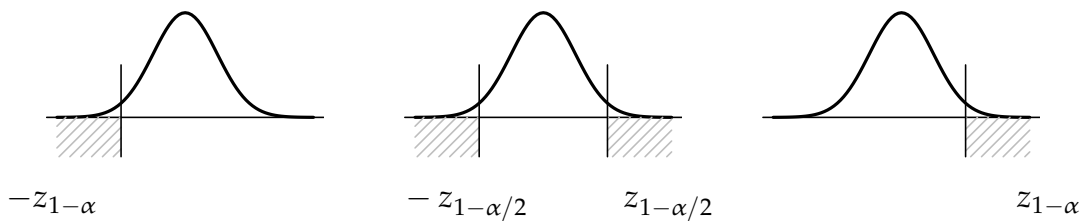
$$H_1 : \mu > \mu_0$$

2. Cenilka in testni izraz

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti z.

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost z v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Povprečje v populaciji je statistično značilno [manjše | različno | večje] od μ_0 (s tveganjem $p < \alpha$).

1.2 Test hipotez o strukturnem deležu

1. Hipoteze

$$H_0 : \pi = \pi_0$$

$$H_1 : \pi < \pi_0$$

$$H_1 : \pi \neq \pi_0$$

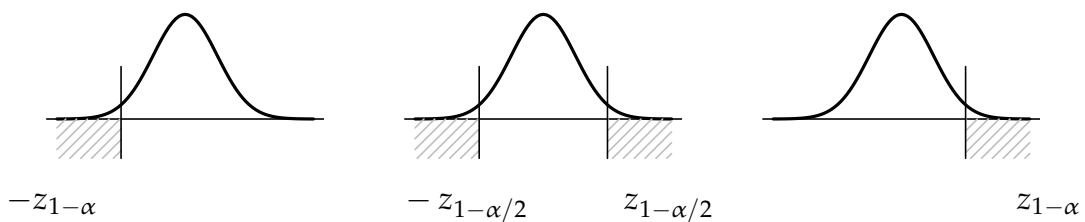
$$H_1 : \pi > \pi_0$$

2. Testni izraz za k izidov izmed n opazovanih

$$p = k/n$$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{p \cdot (1 - p)}} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti z .

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost z v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Strukturni delež v populaciji je statistično značilno [manjši | različen | večji] od π_0 (s tveganjem $p < \alpha$).

1.3 Test hipotez o razliki povprečij

Če poznamo standardne odklone ali pa sta vzorca dovolj velika.

1. Hipoteze

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 + \Delta$$

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \Delta$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta$$

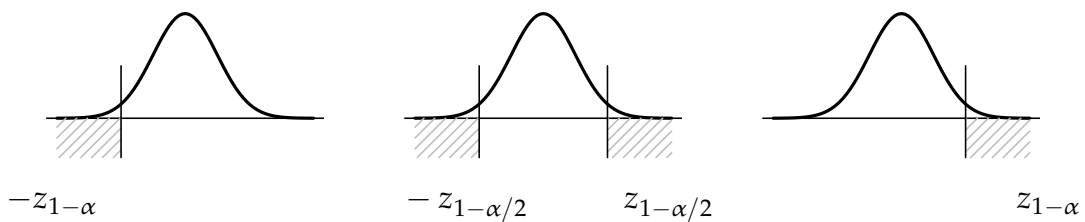
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \Delta$$

Poseben primer: $\Delta = 0$

2. Cenilka in testni izraz

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0, 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti z.

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost z v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Razlika populacijskih povprečij je statistično značilno [manjša | različna | večja] od Δ (s tveganjem $p < \alpha$).

1.4 Test hipotez o razliki dveh strukturnih deležev

Če poznamo standardne odklone ali pa sta vzorca dovolj velika.

1. Hipoteze

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2 + \Delta$$

$$H_0 : \pi_1 - \pi_2 = \Delta$$

$$H_1 : \pi_1 - \pi_2 < \Delta \quad H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq \Delta \quad H_1 : \pi_1 - \pi_2 > \Delta$$

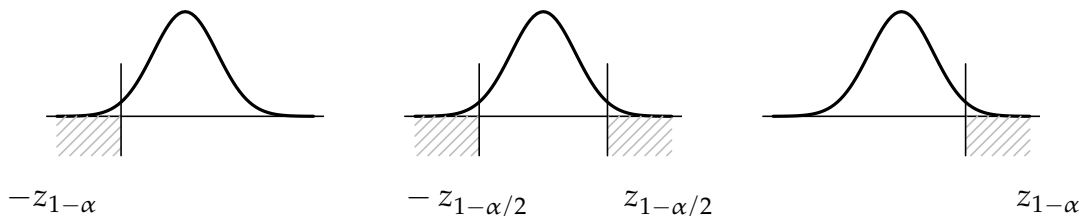
Poseben primer: $\Delta = 0$

2. Cenilki in testni izraz

$$p_1 = k_1/n_1 \quad p_2 = k_2/n_2$$

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}} \sim N(0, 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti z.

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost z v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Razlika deležev v populacijah je statistično značilno [manjša | različna | večja] od Δ (s tveganjem $p < \alpha$).

2 Test hipotez z uporabo drugih porazdelitev

2.1 Studentov test hipotez o povprečni vrednosti

Če ne poznamo σ , vzorec majhen.

1. Hipoteze

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

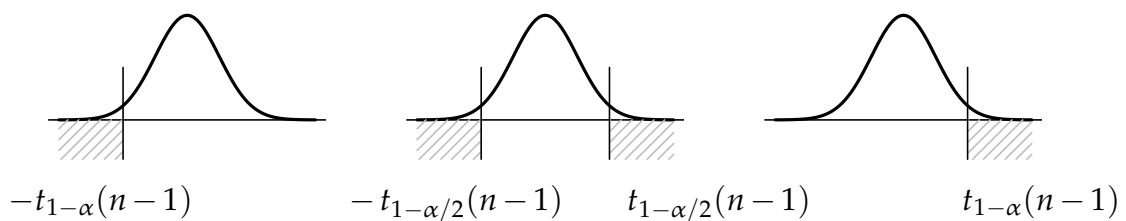
2. Cenilka in testni izraz

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} \sim t(n - 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti t .

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost t v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Povprečje v populaciji je statistično značilno [manjše | različno | večje] od μ_0 (s tveganjem $p < \alpha$).

2.2 Studentov test hipotez o razliki povprečij (Studentov t-test)

Privzeto: varianci σ_1^2 in σ_2^2 sta neznan, a enaki, vzorca pa sta majhna. Predhodno je morda potreben test hipoteze o enakosti varianc, varianci ne smeta biti statistično značilno različni.

1. Hipoteze

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 + \Delta$$

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \Delta \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \Delta$$

Poseben primer: $\Delta = 0$

2. Cenilka in testni izraz

Velikosti vzorcev sta n_1 in n_2

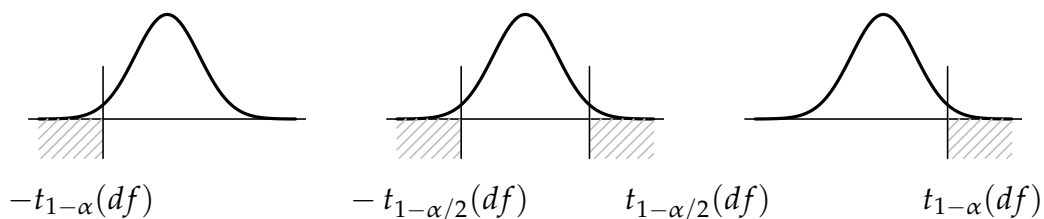
$$s_1^2 = \frac{\sum (x_{1,i} - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1} \quad s_2^2 = \frac{\sum (x_{2,i} - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1}$$

Združena varianca (pooled variance)

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

3. Vzorcna porazdelitev in kritične vrednosti (stopinje prostosti: $df = n_1 + n_2 - 2$)



4. Vzorec in račun testne vrednosti t .

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost t v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Razlika populacijskih povprečij je statistično značilno [manjša | različna | večja] od Δ (s tveganjem $p < \alpha$).

2.3 Test hipotez o vrednosti variance

Če ne poznamo σ , vzorec majhen.

1. Hipoteze

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

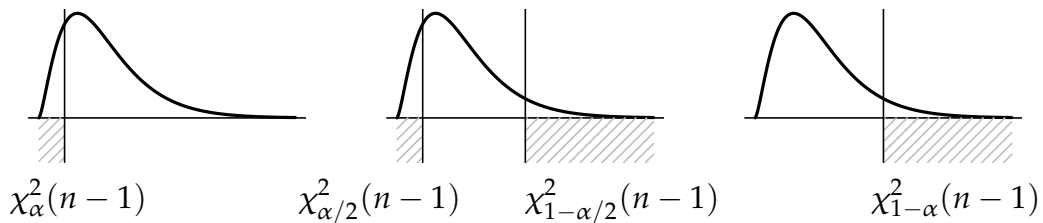
$$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

2. Cenilka in testni izraz

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$c = \frac{(n - 1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n - 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti t .

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost t v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Variance v populaciji je statistično značilno [manjša | različna | večja] od σ_0^2 (s tveganjem $p < \alpha$).

2.4 Test hipotez o enakosti varianc

1. Hipoteze

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

$$H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$$

2. Cenilka in testni izraz

Velikosti vzorcev sta n_1 in n_2 , $s_1^2 > s_2^2$

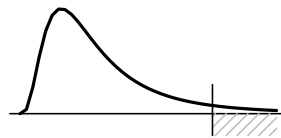
$$s_1^2 = \frac{\sum (x_{1,i} - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1}$$

$$s_2^2 = \frac{\sum (x_{2,i} - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1}$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti

(stopinje prostosti: števec: $n_1 - 1$, imenovalc: $n_2 - 1$)



$$F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

4. Vzorec in račun testne vrednosti F .

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost F v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejememo H_1 .

Varianci populacij sta statistično značilno različni (s tveganjem $p < \alpha$).

2.5 Test hipotez o povprečni razliki

Podatki izmerjeni na istih enotah (npr. pred in po postopku, katerega vpliv proučujemo).

$$\begin{aligned} X_1 &= \mu + \varepsilon && \sim N(\mu, \sigma^2) \\ X_2 &= \mu + \delta + \varepsilon && \sim N(\mu + \delta, \sigma^2) \end{aligned}$$

Zanima nas velikost spremembe $\delta = X_2 - X_1$.

Če za podatke vzamemo razlike $d_i = x_{2,i} - x_{1,i}$, lahko uporabimo test za povprečno vrednost.

1. Hipoteze

$$H_0 : \delta = \delta_0$$

Poseben primer: $\delta_0 = 0$.

$$H_1 : \delta < \delta_0$$

$$H_1 : \delta \neq \delta_0$$

$$H_1 : \delta > \delta_0$$

2. Cenilka in testni izraz

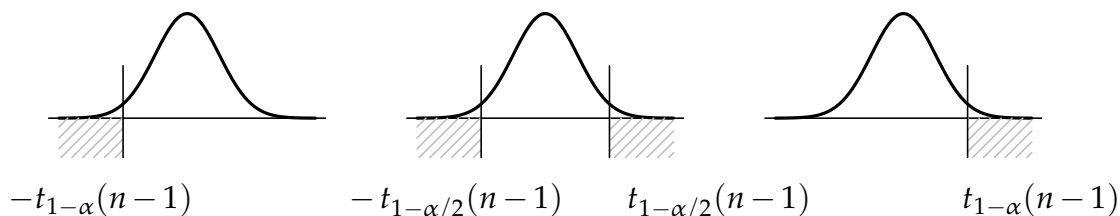
$$d_i = x_{2,i} - x_{1,i}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

$$t = \frac{\bar{d} - \delta_0}{s} \sqrt{n} \sim t(n - 1)$$

3. Vzorčna porazdelitev in kritične vrednosti



4. Vzorec in račun testne vrednosti t .

5. H_0 zavrnem, če je testna vrednost t v kritičnem območju (šrafirano), ter sprejmemo H_1 .

Popvredna razlika je statistično značilno [manjša | različna | večja] od δ_0 (s tveganjem $p < \alpha$).

SessionInfo

Windows 10 x64 (build 17134)

- R version 3.5.3 (2019-03-11), x86_64-w64-mingw32
- Locale: LC_COLLATE=Slovenian_Slovenia.1250, LC_CTYPE=Slovenian_Slovenia.1250, LC_MONETARY=Slovenian_Slovenia.1250, LC_NUMERIC=C, LC_TIME=Slovenian_Slovenia.1250
- Running under: Windows 10 x64 (build 17134)
- Matrix products: default
- Base packages: base, datasets, graphics, grDevices, methods, stats, utils
- Other packages: knitr 1.25
- Loaded via a namespace (and not attached): compiler 3.5.3, evaluate 0.14, magrittr 1.5, stringi 1.4.3, stringr 1.4.0, tools 3.5.3, xfun 0.10

Project path: [\[link\]](#)

D:/

_Y/

R/

Stat-V/

Main file : ../doc/Test-hipotez.Rnw

Project file: [\[link\]](#)

View as vignette

Project files can be viewed by pasting this code to R console:

```
projectName <- "Stat-V"; mainFile <- "Test-hipotez"  
commandArgs ()  
library (tkWidgets)  
openPDF (file.path (dirname (getwd ()), "doc",  
paste (mainFile, "PDF", sep = ". ")))  
viewVignette ("viewVignette", projectName,  
file.path ("../doc", paste (mainFile, "Rnw", sep = ". ")))
```