

Zbirka vaj iz  
STATISTIKE

Blejec Andrej

Ljubljana, 1997

## **Za vzpodbudo**

Zbirka vaj je namenjena študentom Statistike na oddelku za Biologijo BF.

Naloge pokrivajo snov, ki jo obravnavamo kot osnove statističnih metod in razmišljanja. Naloge so po obsegu pripravljene tako, da jih študent lahko reši z uporabo enostavnega kalkulatorja, čeprav kak drug računalniški pripomoček ni odveč.

Naloge so namenjene ilustraciji snovi, ki jo obravnavamo na predavanjih in kot priprava na pisni izpit iz Statistike, kjer morajo študentje samostojno rešiti naloge, ki se delno skladajo z nalogami v tej zbirki.

Nekatere naloge so računsko enostavne, pa časovno zahtevne, zato je priporočljivo, da jih poskusite rešiti sami pred vajami. Na ta način lahko na vajah pregledamo rezultate in se pogovorimo o morebitnih težavah pri reševanju in posebnostih statističnega problema.

Želim vam uspešno reševanje nalog!

Andrej Blejec

## UREJANJE PODATKOV

1. Za vsako od naštetih merskih lestvic določite možne vrednosti in jo opredelite glede na vsebino, značaj in zveznost. Poskusite določiti tudi značaj pojava, ki ga merimo.:
  - a) število otrok v družini
  - b) čas od vsaditve semena do kalitve
  - c) Reakcije živali, označene od 1 do 5: 1 zelo agresivna, 2 agresivna, 3 nevtralna, 4 prestrašena, 5 zelo prestrašena
  - d) število rastlin v poskusnem kvadratu
  - e) pH
  - f) dolžina mišjega repa
  - g) suha teža planktona iz litra vode
  - h) temperatura zraka, merjena vsake pol ure na stopinjo natančno
  - i) skupno število pik pri metu treh kock
  - j) pozivna telefonska številka kraja
  - k) vrsta domače živali: 1 pes, 2 mačka, 3 papiga, 9 drugo
  - l) čas, ki ga potrebuje podgana da pride iz labirinta
  - m) sprememba telesne teže v 6 mesecih
  - n) razlika v temperaturi po in pred poskusom ( v stopinjah C)
  - o) širina glave merjena kot: a ozka, b srednja c široka
  - p) datum rojstva

### 2. Največja širina glave (mm) za 84 etruščanskih lobanj

141 148 132 138 154 142 150 146 155 158 150 140 147 148 144 150 149 145 149 158 143  
141 144 144 126 140 144 142 141 140 145 135 147 146 141 136 140 146 142 137 148 154  
137 139 143 140 131 143 141 149 148 135 148 152 143 144 141 143 147 146 150 132 142  
142 143 153 149 146 149 138 142 149 142 137 134 144 146 147 140 142 140 137 152 145

### in 70 sodobnih italijanskih lobanj

133 138 130 138 134 127 128 138 136 131 126 120 124 132 132 125 139 127 133 136 121  
131 125 130 129 125 136 131 132 127 129 132 116 134 125 128 139 132 130 132 128 139  
135 133 128 130 130 143 144 137 140 136 135 126 139 131 133 138 133 137 140 130 137  
134 130 148 135 138 135 138

Poiščite: a) največjo širino b) najmanjšo širino, c) razpon vrednosti (variacijsko širino),  
d) širine petih najširših lobanj, e) širine petih najožjih lobanj, f) vrednost, od katere je pol širin  
ožjih, g) koliko širin je večjih ali enakih 130, h) koliko širin je manjših od 140, i) koliko odstotkov  
širin je večjih od 130 pa manjših od 140. Ali se vam zdi, da so imeli Etruščani enako široke glave  
kot Italijani?

**Nasvet:** podatke razvrstite po velikosti v ranžirno vrsto. Pomagajte si s "stem-and-leaf" diagramom  
ali s štetjem posameznih vrednosti.

### 3. Na neki kmetiji so v zadnjih šestih letih imeli naslednje pridelke pšenice

200          185          225          250          240          195 centov

in naslednje pridelke koruze

75          90          100          85          160          100 centov

Grafično prikažite pridelok pšenice in koruze. Uporabite linijski diagram, stolpce in sestavljene  
stolpce. Izračunajte letne strukture pridelkov. V enakih tehnikah narišite letne strukture. Izračunajte  
in narišite indekse pridelka posameznih sort glede na prvo leto evidence.

4. V nekem poskusu smo merili dolžino femurja. Izmerki, merjeni v mm so naslednji:

3.8	3.3	3.9	4.1	4.4	3.6	4.3	4.4	4.4	4.1
4.3	3.9	3.8	4.5	3.6	3.5	4.3	4.7	3.6	4.2
4.3	3.8	3.6	3.8	3.9					

Razvrstite izmerke v razrede s širino 0.1 in določite frekvence v posameznih razredih. Določite meje in sredine posameznih razredov. Narišite frekvenčne histograme in poligone za vsako razvrstitev.

Ponovite nalogo še za širine razredov 0.2 in 0.3 !

## MERE CENTRALNE TENDENCE

2.1 Za podatke

2 3 2 4 3 3 5 3 2 4 5 3 2 8 3 4 3 90 4 4 4 9 9

določite aritmetično sredino, geometrijsko sredino, harmonično sredino, moduse in mediano. Ali je aritmetična sredina dober kazalec centralne tendence? Izračunajte še modificirano aritmetično sredino in jo primerjajte s prejšnjimi ocenami centralne tendence.

2.2 Iz podatkov za 40 telesnih dolžin izračunajte aritmetično in geometrijsko sredino, mediano in modus negrupiranih (surovih) podatkov. Iz frekvenčne porazdelitve določite vse našete mere centralne tendence za grupirane podatke:

138	164	150	132	144	125	149	157	146	158	140
147	136	148	152	144	168	126	138	176	163	119
154	165	147	173	142	147	135	153	140	135	161
145	135	142	150	156	145	128				

Podatke razvrstite v razrede tako, da bo oznaka drugega razreda "125-131". Mediano določite iz frekvenčne in kumulativne frekvenčne porazdelitve.

2.3 Za podatke iz naloge 1.4 narišite relativne frekvenčne histograme in kumulativne relativne frekvenčne poligone. Določite: aritmetično sredino, mediano in modus negrupiranih (surovih) podatkov. Iz frekvenčnih porazdelitev določite iste mere centralne tendence za grupirane podatke.

3.8	3.3	3.9	4.1	4.4	3.6	4.3	4.4	4.4	4.1
4.3	3.9	3.8	4.5	3.6	3.5	4.3	4.7	3.6	4.2
4.3	3.8	3.6	3.8	3.9					

2.4 Narišite kumulativni frekvenčni poligon za naslednje podatke:

12.2	12.9	11.8	11.9	11.6	11.1	12.3	12.2	11.8	11.8
10.7	11.5	11.3	11.2	11.6	11.9	13.3	11.2	10.5	11.1
12.1	11.9	10.4	10.7	10.8	11.0	11.9	10.2	10.9	11.6
10.8	11.6	10.4	10.7	12.0	12.4	11.7	11.8	11.3	11.1

Iz grupiranih podatkov določite aritmetično sredino, geometrijsko sredino, modus in mediano.

2.5 Za podatke 10 15 20 25 1000 izračunajte aritmetično, geometrijsko in harmonično sredino. Katera je ustrežnejši kazalec za povprečje?

2.6 Pri raziskavi kvalitete voda smo zajeli štiri vzorce z gostotami  
7 10 5 in 8 alg / ml.

V vzorcih smo našli po  
350 2000 750 in 800 alg

Kolikšna je povprečna gostota alg v združenem vzorcu.

## MERE VARIACIJE in RANGI

3.1 Za ranžirni vrsti

	3	5	6	7	8	10	12	14	16	20
in	6	10	12	16	20	28	29	30	35	

poiščite R, Q, AD, varianco, standardno deviacijo in ustrezne relativne mere variacije.

3.2 Zgornji ranžirni vrsti ustrezata rezultatom meritev pri samicah oz. samcih. Kolikšna je skupna varianca? Kolikšen del variance odpade na vpliv spola, kolikšen pa na druge vplive?

3.3 Za frekvenčno porazdelitev

Dolžina	f
160-162	3
163-165	15
166-168	35
169-175	20
176-178	10
179-181	5

izračunajte aritmetično sredino, varianco, standardno deviacijo, koeficient variacije ter relativne in Z odklone za zgornje meje razredov. Poiščite kvantilne range za sredini 3. in 4. razreda. Poiščite kvartile in pod frekvenčni histogram narišite vretenast diagram ("box-whiskers plot"). Določite kvantil za kvantilni rang  $P=0.30$ .

3.4 Iz frekvenčne porazdelitve iz naloge 2.2 izračunajte varianco, standardno deviacijo, koeficient variacije ter relativne in Z odklone za naslednje vrednosti: 119, 138, 150, 176, 100, 200.

3.5 Iz frekvenčne porazdelitve iz naloge 2.2 določite kvartilni odklon Q. Določite mediano in prvi ter deveti decil. Pod histogram narišite vretenast diagram ("box-whiskers plot"). Določite rang in kvantilni rang aritmetične sredine (glej nalogo 2.2 oz. 3.4)

## NORMALNA PORAZDELITEV

4.1 Naj bo  $Z \sim N(0,1)$ . Poiščite

$$P(1.32 \leq Z) \quad P(-1.33 < Z \leq 2.34) \quad P(-2.03 < Z \leq -1.27) \quad P(1.23 < Z \leq 1.27)$$

$$P(0.35 < Z \leq 2.32) \quad P(Z > 2.35) \quad P(Z = 2.34)$$

4.2 Naj bo  $Z \sim N(0,1)$ . Poiščite mejo  $b$ , da bo  $P(Z < b) = c$  za naslednje vrednosti  $c$ :

$$c: \quad 0.01 \quad 0.02 \quad 0.05 \quad 0.1 \quad 0.45 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0.88 \quad 0.9$$

4.3  $Z \sim N(0,1)$ . Poiščite mejo  $b$ , da bo  $P(|Z| > b) = P(Z < -b \text{ ali } Z > b) = c$  za naslednje vrednosti  $c$ :

$$c: \quad 0.01 \quad 0.02 \quad 0.05 \quad 0.1 \quad 0.45 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0.88 \quad 0.9$$

4.4 Ocenite  $P(a < X \leq b)$ , če je  $X$  porazdeljen  $N(20, 10^2)$  za naslednje pare  $a$  in  $b$ :

$$20, 30 \quad 25, 30 \quad 25, 50 \quad 10, 20 \quad 15, 25 \quad 6, 15$$

4.5 Frekvenčni porazdelitvi

dolžina	f
60-62	3
63-65	16
66-68	40
69-71	25
72-76	6

prilagodite normalno porazdelitev. (Poiščite  $z$ -vrednosti mej razredov in določite pričakovane frekvence v danih razredih pri predpostavi, da je porazdelitev normalna. Porazdelitev razširite navzdol in navzgor z odprtima razredoma in preverite, ali se skupna opažena in pričakovana frekvenca ujemata)

4.6 Porazdelitev iz naloge 4.5 vrišite v verjetnostni papir. Ali je porazdelitev približno normalna? Grafično ocenite povprečno vrednost in standardno deviacijo. Vrišite tudi prilagojeno porazdelitev iz naloge 4.5.

4.7 Frekvenčni porazdelitvi iz naloge 3.3

Dolžina	f
160-162	3
163-165	15
166-168	35
169-175	20
176-178	10
179-181	5

prilagodite normalno porazdelitev. Porazdelitvi vrišite v verjetnostni papir. Ali je frekvenčna porazdelitev približno normalna. Grafično ocenite povprečno vrednost in standardno deviacijo, če predpostavljate, da je frekvenčna porazdelitev normalna.

4.8 Grafično preverite, ali so naslednje porazdelitve normalne:

dolžina	frekvenca						
	a	b	c	d	e	f	g
60-62	15	20	5	40	30	6	7
63-65	20	20	10	30	5	40	23
66-68	30	20	20	15	30	8	40
69-71	20	20	50	10	5	40	23
72-76	15	20	15	5	30	6	7

## INTERVALSKO OCENJEVANJE PARAMETROV

5.1 Pri proučevanju vpliva rastnih dodatkov A in B na rast smrečic smo izmerili naslednje velikosti (v cm):

A	10	12	10	8	10	13	10
B	13	15	15	18	14		

a) Določite 95% (90%) intervala zaupanja za povprečno velikost. Narišite intervala zaupanja.

b) V premislek: V drevesnici zatrjujejo, da ta vrsta smrečic brez rastnih dodatkov zraste v povprečju 12 cm. Kaj lahko poveste o dodatkih A in B?

5.2 Za neko vrsto sadik zagotavljajo, da v povprečju zrastejo 12 cm, ter da 75% sadik (v enem tednu) zraste do med 10 - 14 cm. Ali vzorec 10 sadik s povprečno velikostjo 13 cm potrjuje njihovo trditev ?

5.3 Pošiljka mandarin "NixPeska" je sprejemljiva, če je v pošiljki manj kot 10% mandarin s peškami. Po obilni malici (pojedli smo 50 mandarin) smo ugotovili, da so bile peške v 10 mandarinah. Ali je pošiljka ustrezno deklarirana? Stopnja zaupanja naj bo 95% (90%)?

5.4 Z vzorcem s 5 enotami skušamo določiti povprečno težo vrste laboratorijskih miši. Izračunali smo povprečno težo 15 g ter varianco (pristransko!) 2. Poiščite intervale zaupanja za povprečno težo miši. Za izračun uporabite nepristransko oceno variance. Določite tudi intervala zaupanja za povprečno težo miši, če za oceno variance vzamete spodnjo (zgornjo) mejo zaupanja za varianco. Primerjajte vse tri tako dobljene intervale zaupanja.

5.5 Ponovite nalogo 5.4 kot da je vzorec velik  $n=20$  ( $n=50$  enot).

5.6 Za določitev velikosti celic v pljučih bi radi oceno z napako, ki bo manjša od 10%. Iz prvih 5 izmerjenih vrednosti smo določili povprečje 17 mikrometrov in vsoto kvadratov izmerjenih vrednosti 1543. Kako velik naj bo vzorec, da bo napaka pri 95% (99%) zaupanju manjša od predpisane?



## TESTIRANJE HIPOTEZ

7.1 Z vzorcem 100 enot smo ocenili povprečje  $m = 67.45$  in standardno deviacijo  $s=2.93$ . Ali je populacijska srednja vrednost:

- a) različna od 66
- b) manjša od 68
- c) večja od 66

7.2 V nekem gozdu naj bi bilo  $2/3$  dreves obolelih za neko boleznijo. Pregledali smo 150 dreves in ugotovili, da je obolelih 110 dreves. Ali je delež obolelih dreves v tem gozdu  $2/3$ ? Več kot  $2/3$ ? Manj kot  $2/3$ ?

7.3 Z vzorcem 16 enot smo ocenili povprečje  $m=67.45$   $s=2.93$ . Ali je populacijska srednja vrednost:

- a) različna od 66
- b) manjša od 68
- c) večja od 66

7.4 Z vzorcem 16 enot smo ocenili povprečje  $m_1 = 60$  in  $s_1^2 = 4$ , z drugim vzorcem z 25 enotami pa  $m_2=55$  in  $s_2^2=6$ .

- a) Ali sta populacijski srednji vrednosti različni?
- b) Ali se populacijski srednji vrednosti razlikujeta za več kot 3?

7.5 Pri preizkušanju učinkovitosti zdravil A in B smo ugotovili, da je ozdravelo 5 bolnikov izmed 30, ki so se zdravili z zdravilom A in 10 bolnikov izmed 40, ki so se zdravili z zdravilom B. Katero zdravilo je učinkovitejše? Kakšen bi bil sklep, če bi bili učinkovitosti 50 od 300 in 100 od 400?

7.6 Ali sta varianci iz naloge 7.4 značilno različni?

7.7 V nekem dietnem poskusu smo dobili naslednje podatke o telesnih težah:

pred:	10	12	8	15	12	13
po:	9	10	9	14	12	14

Ali je dieta shujševalna?

## ODVISNOST MED POJAVI

8.1. Proučujemo vplive treh rastnih dodatkov (A; B in C). V tabeli so zbrani prirastki velikosti rastlin (v cm):

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
6	11	3
7	9	4
8	10	4
		4
		5

Ali imajo rastni dodatki različen vpliv na prirastek? Narišite diagram vpliva.

8.2 Nalogo 1 rešite še za podatke, zbrane v tabeli:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
6	7	8
7	9	6
8	8	6
		6
		5

Primerjajte rezultat z nalogo 8.1!

8.3 Pri proučevanju vpliva rastnih dodatkov A, B in C smo razvrstili 36 enot glede na velikost prirastka (a – prirastek pod pričakovanim, b prirastek večji od pričakovanega). Proučite vpliv rastni dodatkov na prirastek, za tabelo rastnih prirastkov

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
a	11	4	3
b	3	5	10

8.4 Proučite vpliv tudi za prirastke zbrane v tabeli:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
a	5	6	7
b	9	5	4

8.5 Preučiti želimo povezavo med dolžino in težo nekih živali (v primernih enotah)  
Podatke smo zbrali v spodnji tabeli

$d$	$t$	$d*t$	$d*d$	$t*t$
2	3	6	4	9
4	3	12	16	9
8	7	56	64	49
4	6	24	16	36
5	7	35	25	49
$\Sigma$	23	133	125	152

Izračunajte korelacijo in določite regresijsko premico. Narišite korelacijski grafikon in vrišite regresijsko premico.

8.6 Ponovite nalogo 8.5 za podatke:

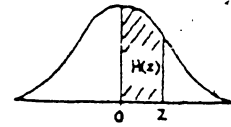
$d$	$t$	$d*t$	$d*d$	$t*t$
2	6	12	4	36
4	3	12	16	9
8	7	56	64	49
4	6	24	16	36
5	7	35	25	49
$\Sigma$	23	139	125	179

## PRILOGE

1. Normalna porazdelitev
2. Studentova t-porazdelitev
3. Porazdelitev  $\chi^2$
4. F porazdelitev
5. Mreža z verjetnostno skalo

DODATEK: T A B E L E

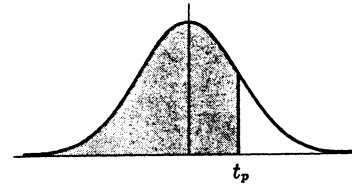
Tabela A NORMALNA PORAZDELITEV  
Ploščine  $H(z)$



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000

Appendix III

PERCENTILE VALUES ( $t_p$ )  
for  
STUDENT'S  $t$  DISTRIBUTION  
with  $\nu$  degrees of freedom  
(shaded area =  $p$ )

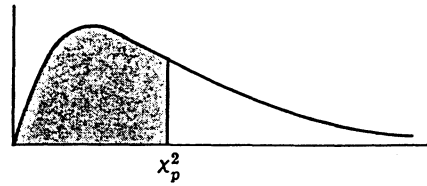


$\nu$	$t_{.995}$	$t_{.99}$	$t_{.975}$	$t_{.95}$	$t_{.90}$	$t_{.80}$	$t_{.75}$	$t_{.70}$	$t_{.60}$	$t_{.55}$
1	63.66	31.82	12.71	6.31	3.08	1.376	1.000	.727	.325	.158
2	9.92	6.96	4.30	2.92	1.89	1.061	.816	.617	.289	.142
3	5.84	4.54	3.18	2.35	1.64	.978	.765	.584	.277	.137
4	4.60	3.75	2.78	2.13	1.53	.941	.741	.569	.271	.134
5	4.03	3.36	2.57	2.02	1.48	.920	.727	.559	.267	.132
6	3.71	3.14	2.45	1.94	1.44	.906	.718	.553	.265	.131
7	3.50	3.00	2.36	1.90	1.42	.896	.711	.549	.263	.130
8	3.36	2.90	2.31	1.86	1.40	.889	.706	.546	.262	.130
9	3.25	2.82	2.26	1.83	1.38	.883	.703	.543	.261	.129
10	3.17	2.76	2.23	1.81	1.37	.879	.700	.542	.260	.129
11	3.11	2.72	2.20	1.80	1.36	.876	.697	.540	.260	.129
12	3.06	2.68	2.18	1.78	1.36	.873	.695	.539	.259	.128
13	3.01	2.65	2.16	1.77	1.35	.870	.694	.538	.259	.128
14	2.98	2.62	2.14	1.76	1.34	.868	.692	.537	.258	.128
15	2.95	2.60	2.13	1.75	1.34	.866	.691	.536	.258	.128
16	2.92	2.58	2.12	1.75	1.34	.865	.690	.535	.258	.128
17	2.90	2.57	2.11	1.74	1.33	.863	.689	.534	.257	.128
18	2.88	2.55	2.10	1.73	1.33	.862	.688	.534	.257	.127
19	2.86	2.54	2.09	1.73	1.33	.861	.688	.533	.257	.127
20	2.84	2.53	2.09	1.72	1.32	.860	.687	.533	.257	.127
21	2.83	2.52	2.08	1.72	1.32	.859	.686	.532	.257	.127
22	2.82	2.51	2.07	1.72	1.32	.858	.686	.532	.256	.127
23	2.81	2.50	2.07	1.71	1.32	.858	.685	.532	.256	.127
24	2.80	2.49	2.06	1.71	1.32	.857	.685	.531	.256	.127
25	2.79	2.48	2.06	1.71	1.32	.856	.684	.531	.256	.127
26	2.78	2.48	2.06	1.71	1.32	.856	.684	.531	.256	.127
27	2.77	2.47	2.05	1.70	1.31	.855	.684	.531	.256	.127
28	2.76	2.47	2.05	1.70	1.31	.855	.683	.530	.256	.127
29	2.76	2.46	2.04	1.70	1.31	.854	.683	.530	.256	.127
30	2.75	2.46	2.04	1.70	1.31	.854	.683	.530	.256	.127
40	2.70	2.42	2.02	1.68	1.30	.851	.681	.529	.255	.126
60	2.66	2.39	2.00	1.67	1.30	.848	.679	.527	.254	.126
120	2.62	2.36	1.98	1.66	1.29	.845	.677	.526	.254	.126
$\infty$	2.58	2.33	1.96	1.645	1.28	.842	.674	.524	.253	.126

Source: R. A. Fisher and F. Yates, *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research* (5th edition), Table III, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh, by permission of the authors and publishers.

*Appendix IV*

PERCENTILE VALUES ( $\chi^2_p$ )  
for  
THE CHI-SQUARE DISTRIBUTION  
with  $\nu$  degrees of freedom  
(shaded area =  $p$ )



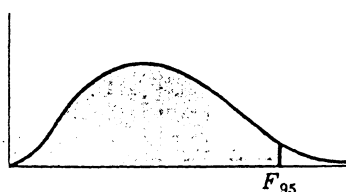
$\nu$	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	.455	.102	.0158	.0039	.0010	.0002	.0000
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	.575	.211	.103	.0506	.0201	.0100
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	.584	.352	.216	.115	.072
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	.711	.484	.297	.207
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	.831	.554	.412
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	.872	.676
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	.989
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.3	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60
12	28.3	26.2	23.3	21.0	18.5	14.8	11.3	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8	16.0	12.3	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1	17.1	13.3	10.2	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07
15	32.8	30.6	27.5	25.0	22.3	18.2	14.3	11.0	8.55	7.26	6.26	5.23	4.60
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5	19.4	15.3	11.9	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8	20.5	16.3	12.8	10.1	8.67	7.56	6.41	5.70
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0	21.6	17.3	13.7	10.9	9.39	8.23	7.01	6.26
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2	22.7	18.3	14.6	11.7	10.1	8.91	7.63	6.84
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.4	23.8	19.3	15.5	12.4	10.9	9.59	8.26	7.43
21	41.4	38.9	35.5	32.7	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.6	10.3	8.90	8.03
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	11.0	9.54	8.64
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.1	11.7	10.2	9.26
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.7	13.8	12.4	10.9	9.89
25	46.9	44.3	40.6	37.7	34.4	29.3	24.3	19.9	16.5	14.6	13.1	11.5	10.5
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6	30.4	25.3	20.8	17.3	15.4	13.8	12.2	11.2
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.2	14.6	12.9	11.8
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9	32.6	27.3	22.7	18.9	16.9	15.3	13.6	12.5
29	52.3	49.6	45.7	42.6	39.1	33.7	28.3	23.6	19.8	17.7	16.0	14.3	13.1
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3	34.8	29.3	24.5	20.6	18.5	16.8	15.0	13.8
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8	45.6	39.3	33.7	29.1	26.5	24.4	22.2	20.7
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2	56.3	49.3	42.9	37.7	34.8	32.4	29.7	28.0
60	92.0	88.4	83.3	79.1	74.4	67.0	59.3	52.3	46.5	43.2	40.5	37.5	35.5
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5	77.6	69.3	61.7	55.3	51.7	48.8	45.4	43.3
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6	88.1	79.3	71.1	64.3	60.4	57.2	53.5	51.2
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6	98.6	89.3	80.6	73.3	69.1	65.6	61.8	59.2
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5	109.1	99.3	90.1	82.4	77.9	74.2	70.1	67.3

Source: Catherine M. Thompson, *Table of percentage points of the  $\chi^2$  distribution*, *Biometrika*, Vol. 32 (1941), by permission of the author and publisher.

**TABLE  
50**

**95th PERCENTILE VALUES FOR  
THE F DISTRIBUTION**

$n_1$  = degrees of freedom for numerator  
 $n_2$  = degrees of freedom for denominator  
 (shaded area = .95)



$n_1 \backslash n_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	16	20	30	40	50	100	$\infty$
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.9	243.9	246.3	248.0	250.1	251.1	252.2	253.0	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.85	8.74	8.69	8.66	8.62	8.60	8.58	8.56	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.84	5.80	5.75	5.71	5.70	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.60	4.56	4.50	4.46	4.44	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.92	3.87	3.81	3.77	3.75	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.49	3.44	3.38	3.34	3.32	3.28	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.20	3.15	3.08	3.05	3.03	2.98	2.93
9	5.12	4.26	3.85	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.98	2.93	2.86	2.82	2.80	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.82	2.77	2.70	2.67	2.64	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.70	2.65	2.57	2.53	2.50	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.60	2.54	2.46	2.42	2.40	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.77	2.60	2.51	2.46	2.38	2.34	2.32	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.44	2.39	2.31	2.27	2.24	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.39	2.33	2.25	2.21	2.18	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.33	2.28	2.20	2.16	2.13	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.29	2.23	2.15	2.11	2.08	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.25	2.19	2.11	2.07	2.04	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.21	2.15	2.07	2.02	2.00	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.18	2.12	2.04	1.99	1.96	1.90	1.84
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.13	2.07	1.98	1.93	1.91	1.84	1.78
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	2.09	2.03	1.94	1.89	1.86	1.80	1.73
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	2.05	1.99	1.90	1.85	1.82	1.76	1.69
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.29	2.12	2.02	1.96	1.87	1.81	1.78	1.72	1.65
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.99	1.93	1.84	1.79	1.76	1.69	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.90	1.84	1.74	1.69	1.66	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.13	1.95	1.85	1.78	1.69	1.63	1.60	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.10	1.92	1.81	1.75	1.65	1.59	1.56	1.48	1.39
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.07	1.89	1.79	1.72	1.62	1.56	1.53	1.45	1.35
80	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.05	1.88	1.77	1.70	1.60	1.54	1.51	1.42	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.03	1.85	1.75	1.68	1.57	1.51	1.48	1.39	1.28
150	3.91	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.00	1.82	1.71	1.64	1.54	1.47	1.44	1.34	1.22
200	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	1.98	1.80	1.69	1.62	1.52	1.45	1.42	1.32	1.19
400	3.86	3.02	2.62	2.39	2.23	2.12	1.96	1.78	1.67	1.60	1.49	1.42	1.38	1.28	1.13
$\infty$	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.64	1.57	1.46	1.40	1.32	1.24	1.00

Source: G. W. Snedecor and W. G. Cochran, *Statistical Methods* (6th edition, 1967), Iowa State University Press, Ames, Iowa, by permission of the authors and publisher.



